متعة الرياضيات
في
الخرائط الذهنية و المفاهيمية

مناهج المرحلة الثانوية

المؤلفة
هند العديني

الأستاذة / هند علي العديني

نفيدكم علما بأنه قد تم تسجيل عملكم الموسوم بـ:

متعة الرياضيات في الخرائط الذهنية والمفاهيمية مناهج المرحلة الثانوية

تحت رقم إيداع 1442/2027 وتاريخ 1442/03/20 هـ ورقم ردمك 978-603-03-5787-1

بسم الله الرحمن الرحيم

إهداء للميدان التعليمي

أحمد الله عز وجل على منه و عونه أن سهل لي جمع أعمالي من الخرائط و الملخصات لمناهج مادة الرياضيات المرحلة الثانوية و التي سهلت عليا توصيل المعلومة لطالباتي و كان سببا في تعميق الفهم لطالباتي خلال سنوات عديدة في هذا الكتيب الذي اسأل الله أن يجعله علما ينتفع به و صدقة جارية عني و عن والدي و اتمنى أن أكون قد وفقت لتقديم عمل مفيد و نافع للميدان التعليمي ينتفع منه الجميع بإذن الله مع الحفاظ على اللأمانة العلمية و حفظ الحقوق .

معلمة الرياضيات

هند علي العديني

إعداد المعلمة : هند العديني

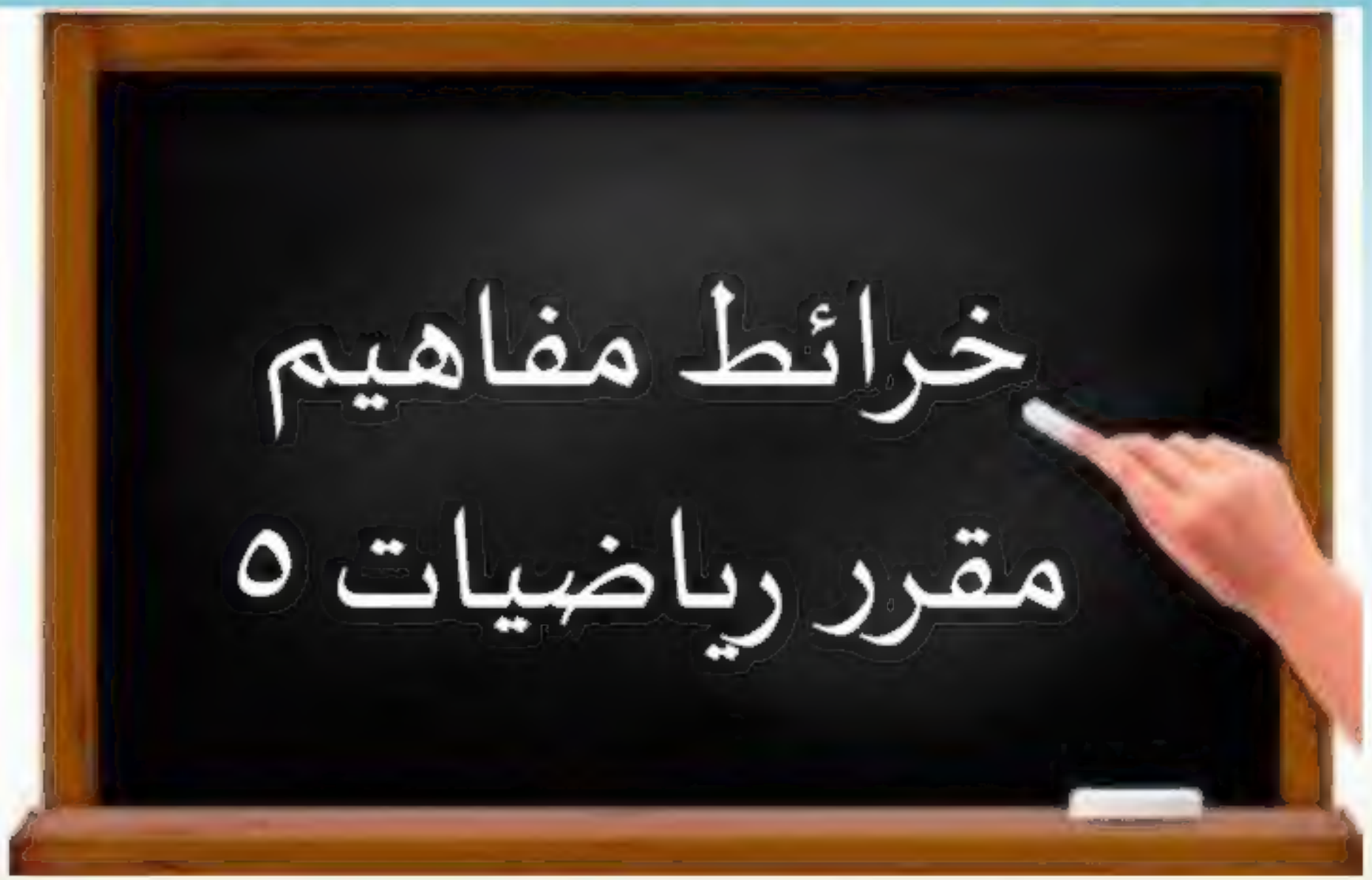
المقدمة

خرائط المفاهيم تعرف خرائط المفاهيم بأنّها تخطيط رسوم تمتلك بُعدين، وتوضع فيها مفاهيم المواد والأبحاث الدراسيّة بشكلٍ هرمي؛ بحيث يوضع في قمة الهرم مواد المفاهيم الأساسيّة ذات الشمولية العالية والخصوصيّة القليلة، وتوضع في قاعدة الهرم مواد المفاهيم ذات الشموليّة القليلة والخصوصيّة العالية، وترتبط هذه المفاهيم بين بعضها البعض من خلال علاقة مفهومة. تعتبر خرائط المفاهيم وسيلةً لتمثيل العلاقات بين الأفكار، والصور، والكلمات المختلفة، وتستخدم في مجالات التخطيط، والتدريس، والتلخيص، والتقييم لمواد دراسيّة، ومعرفة قدرة الطلبة على فهم واستيعاب تلك المفاهيم الموجودة فيها، بالإضافة إلى اختبار الطالب بقدرة على تذكر المفاهيم السابقة .

أهميّة خرائط المفاهيم للمتعلّم ربط المفاهيم بين بعضها البعض، وتكوين علاقة بينهما. يستطيع تحديد المفاهيم المتشابهة مع بعضها، وفصل المختلف منها. القدرة على التمييز بين المفاهيم ذات المعنى القريب أو المتشابة. تحديد المعلومات المهمة والأساسية، والمعلومات المتفرّعة والجانبيّة. تسهل دراسة المادة، وفهمها جيداً، وإزالة اللبس فيها، وهذا يساعد على تفادي المشكلات التي يمكن أن تقع أثناء الدراسة، والمحافظة على ارتفاع التحصيل الدراسي.

أهمية خرائط المفاهيم للمعلم صناعة ملخّصات لأجزاء مختلفة من المادّة الدراسية التي تسهّل عملية التدريس تزيد من القدرة المعلّم على الانتباه أثناء إعداد أفكارهم. تسهل تقييم الطلبة من خلال هذه الخرائط، وهذا يساعد على توجيه الطلبة إلى أخطائهم لتفاديها في المستقبل. تطوير العلاقة الثنائية بين المعلم والطلبة، وهذا يساهم في تطوير أدائهم.

إعداد المعلمة : هند العديني



إعداد المعلمة : هند العديني

إعداد المعلمة : هند العديني

وصف المجموعات الجزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية

إعداد المعلمة
هند العديني

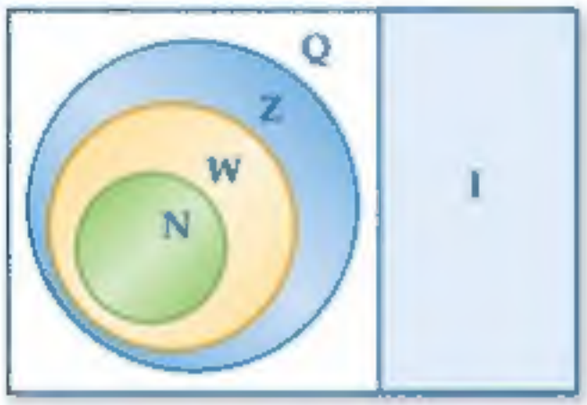
الخاصية المميزة

إذ تستعملُ الصفة المميزة للمجموعة خصائص الأعداد ضمن المجموعة لتعريفها. ويقرأ الرمز " | " حيث، والرمز " $\in$ " ينتمي إلى أو عنصر في.

$$\{x \mid -3 \le x \le 16, x \in Z\}$$

- الأعداد x حيث...
- x لها هذه الخصائص...
- x ينتمي إلى مجموعة الأعداد المعطاة.

الأعداد الحقيقية R



الفترات الحقيقية

فترات محدودة		فترات غير محدودة	
المتباينة	رمز الفترة	المتباينة	رمز الفترة
$a \le x \le b$	$[a, b]$	$x \ge a$	$[a, \infty)$
$a < x < b$	(a, b)	$x \le a$	$(-\infty, a]$
$a \le x < b$	$[a, b)$	$x > a$	(a, ∞)
$a < x \le b$	$(a, b]$	$x < a$	$(-\infty, a)$
		$-\infty < x < \infty$	$(-\infty, \infty)$

الرمزان $\cup$ ، $\cap$:

يُقرأ الرمز "$\cup$" (اتحاد)، ويعني: جميع العناصر المنتمية إلى كلا المجموعتين.

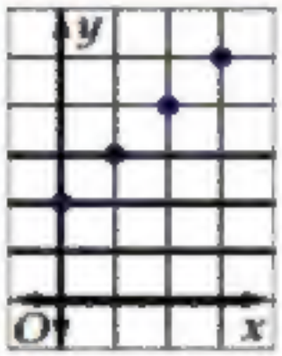
يُقرأ الرمز "$\cap$" (تقاطع)، ويعني: جميع العناصر المشتركة بين المجموعتين

تمثيل العلاقة

لفظيًا: جملة تصف كيفية ارتباط عناصر المجال بعناصر المدى.

مثلًا: يرتبط كل عنصر من المجال بالعنصر الذي يزيد عليه قيمةً بمقدار 2 من المدى.

بيانيًا: تحديد نقاط في المستوى الإحداثي تمثّل الأزواج المرتبة.



عدديًا: جدول من القيم أو مجموعة من الأزواج المرتبة تربط عنصرًا من المجال (قيمة x) بعنصر من المدى (قيمة y).

مثلًا: $\{(0, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 5)\}$

جبريًا: معادلة جبرية تربط بين الإحداثيين x, y لكل زوج من الأزواج المرتبة. مثلًا: $y = x + 2$

إعداد المعلمة
هند العديني

اختبار الدالة

إعداد المعلمة
هند العديني

من المعادلة

بحل المعادلة إذا كانت كل قيمة x تقترن قيمة واحدة فقط y

من الجدول

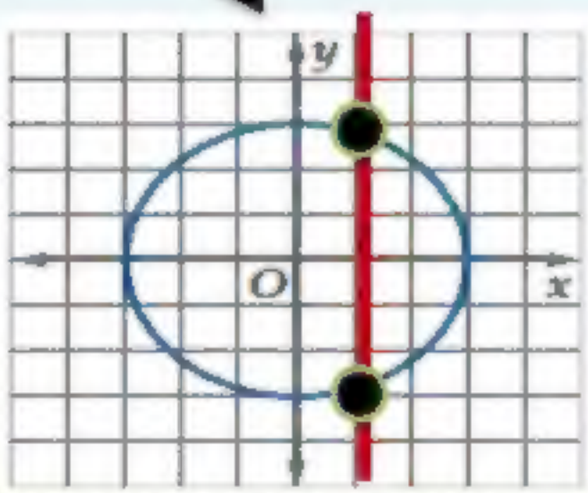
x	y
−2	−4
3	−1
3	4
5	6
7	9

علاقة وليست دالة

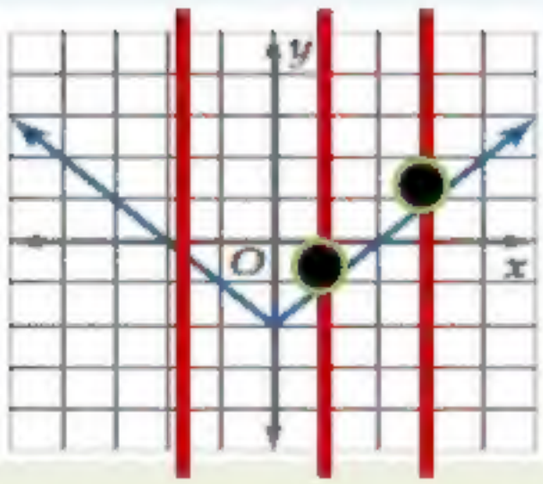
x	y
−8	−5
−5	−4
0	−3
3	−2
6	−3

دالة

اختبار الخط الراسي



علاقة وليست دالة



دالة

لتحديد مجال الدالة

إعداد المعلمة
هند العديني

- **كثيرة الحدود معرفة لكل $x \in \mathcal{R}$**
  - $\mathcal{R}$= المجال
- **الدالة الجذرية نحدد نوع الجذر**
  - **جذور زوجية**
    - **في البسط : معرفة بشرط $0 \geq$ ما تحت الجذر**
    - **في المقام :معرفة بشرط 0 < ما تحت الجذر**
  - **جذور فردية**
    - **في البسط معرفة لكل $x \ni \mathcal{R}$**
    - **في المقام :معرفة لكل $x \in \mathcal{R}-$ {اصفارالمقام}**
- **الدالة النسبية معرفة بشرط المقام ≠ صفر**
  - **المجال =$\mathcal{R}-$ {اصفارالمقام}**

إعداد المعلمة
هند العديني

المقاطع مع المحورين

مع المحور x = أصفار الدالة

- بيانيا
  - نقط التقاطع مع المحور x
- جبريا
  - نحل المعادلة $f(x) = 0$

مع المحور y

- بيانيا
  - نقط التقاطع مع المحور y
- جبريا
  - نوجد $f(0)$

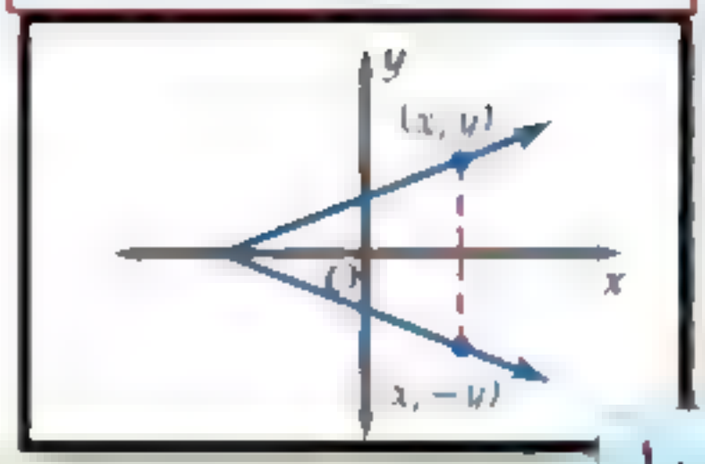
اختبار التماثل

إعداد المعلمة
هند العديني

١) بيانيا

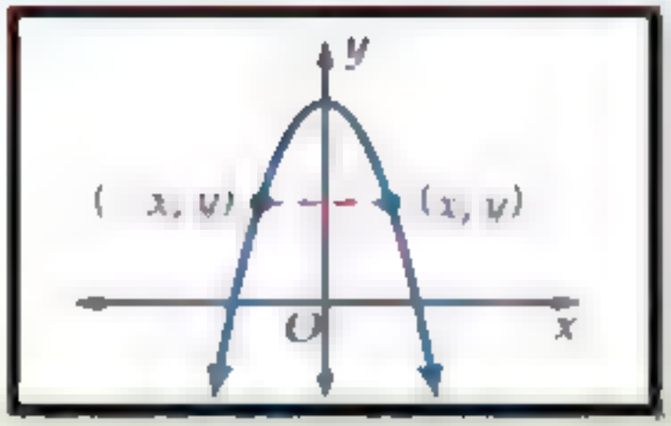
حول محور X

$(x, y) \longrightarrow (x, -y)$



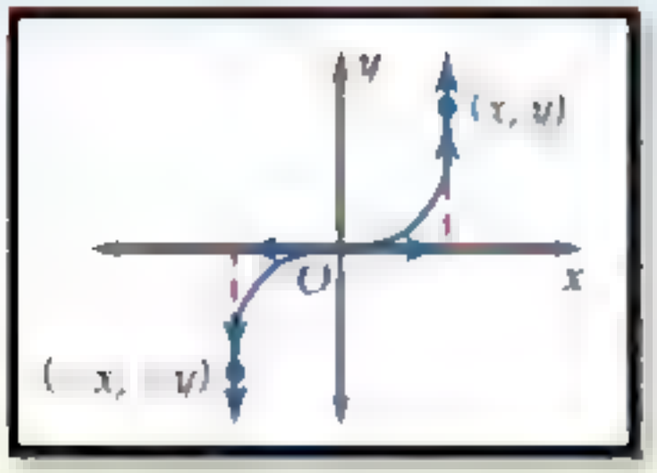
حول محور Y

$(x, y) \longrightarrow (-x, y)$



حول نقطة الاصل

$(x,y) \longrightarrow (-x, -y)$



٢) جبريا

إذا كان تعويض
$(-y)$ مكان (y)
يعطي معادلة مكافئة

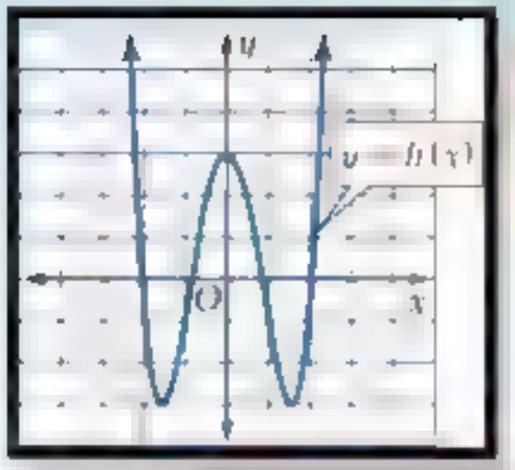
إذا كان تعويض
$(-x)$ مكان (x)
يعطي معادلة مكافئة

إذا كان تعويض
$(-x)$ مكان (x)
و $(-y)$ مكان (y)
يعطي معادلة مكافئة

إعداد المعلمة
هند العديني

الدالة

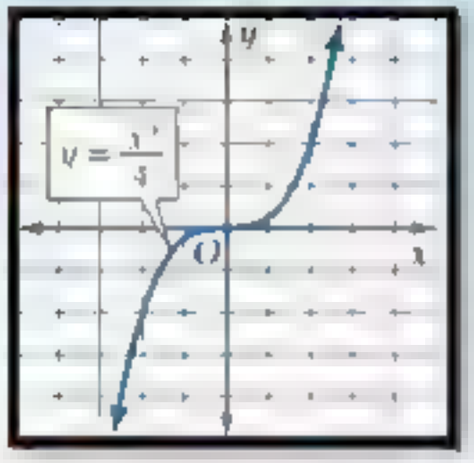
زوجية



لكل x في مجال f، فإن $f(-x) = f(x)$.

المنحني متماثل حل محور y

فردية



لكل x في مجال f، فإن $f(-x) = -f(x)$.

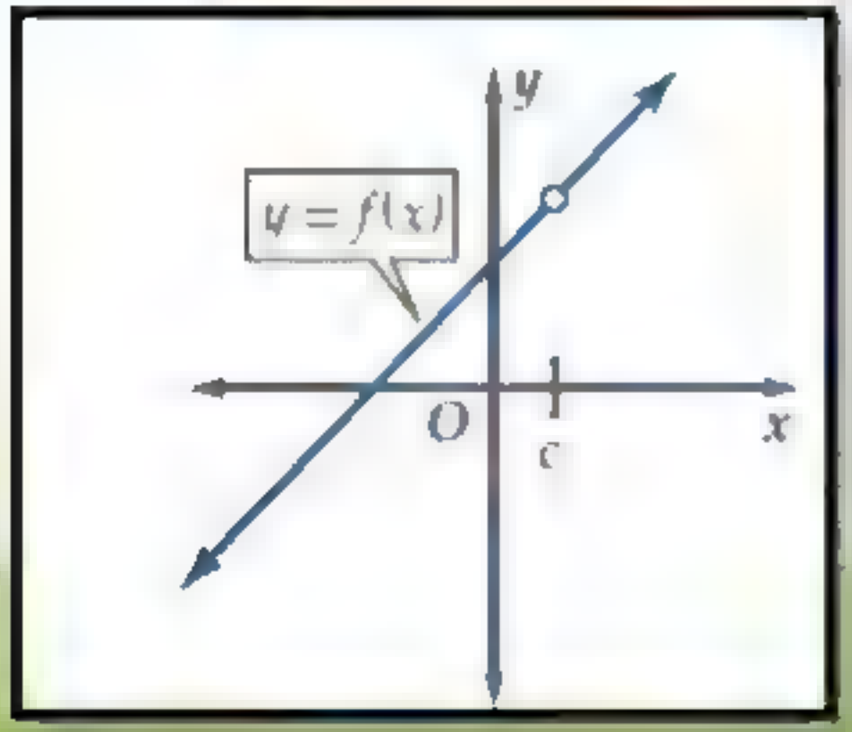
المنحني متماثل حول نقطة الأصل

أنواع عدم الاتصال

إعداد المعلمة
هند العديني

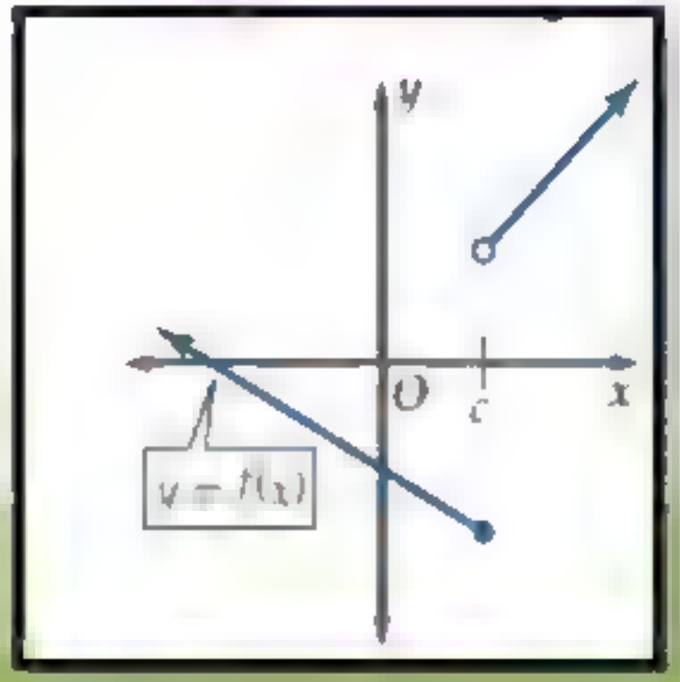
عدم اتصال قابل للإزالة

عدم اتصال نقطي

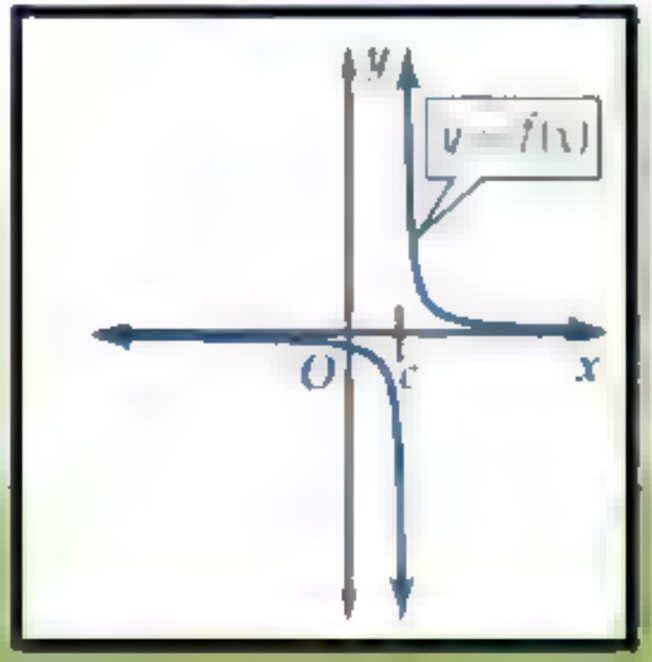


عدم اتصال غير قابل للإزالة

قفزي



لانهائي



الاتصال وأنواع عدم الاتصال

إعداد المعلمة
هند العديني

معرفة عند العدد c
أي f(c) = a موجودة

نحسب النهاية $\lim_{x \to c} f(x)$

- موجودة
  - $\lim_{x \to c} f(x) = a$ ← متصلة عند c
  - $\lim_{x \to c} f(x) \neq a$ ← عدم اتصال نقطي
- غير موجودة
  - $\lim_{x \to c} f(x) \neq \lim_{x \to c} f(x)$ ← عدم اتصال قفزي

غير معرفة عند العدد c
أي f(c) غير موجودة

نحسب النهاية $\lim_{x \to c} f(x)$

- موجودة ← عدم اتصال نقطي
- غير موجودة
  - $\lim_{x \to c^+} f(x) \neq \lim_{x \to c^-} f(x)$ ← عدم اتصال قفزي
  - $\lim_{x \to c} f(x) = \pm\infty$ ← عدم اتصال لانهائي

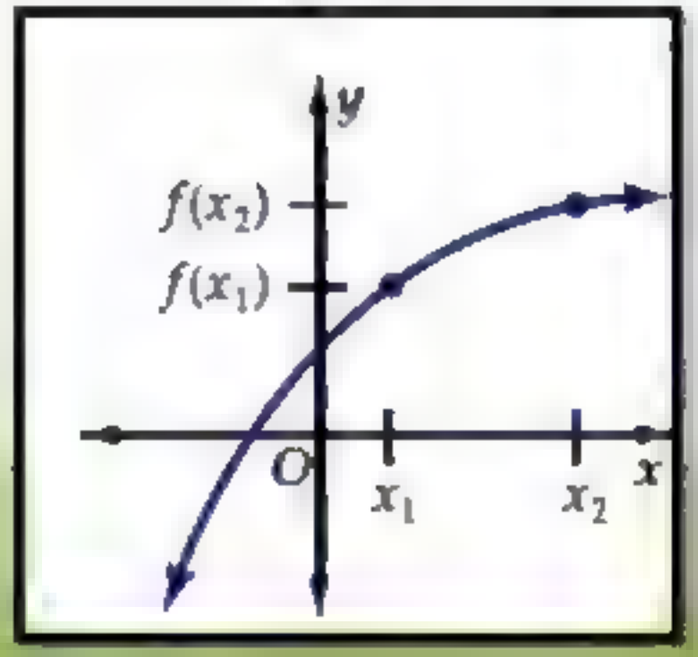
خصائص الدالة

إعداد المعلمة
هند العديني

متزايدة

تكون الدالة f متزايدة على فترة ما إذا وفقط إذا زادت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في الفترة.

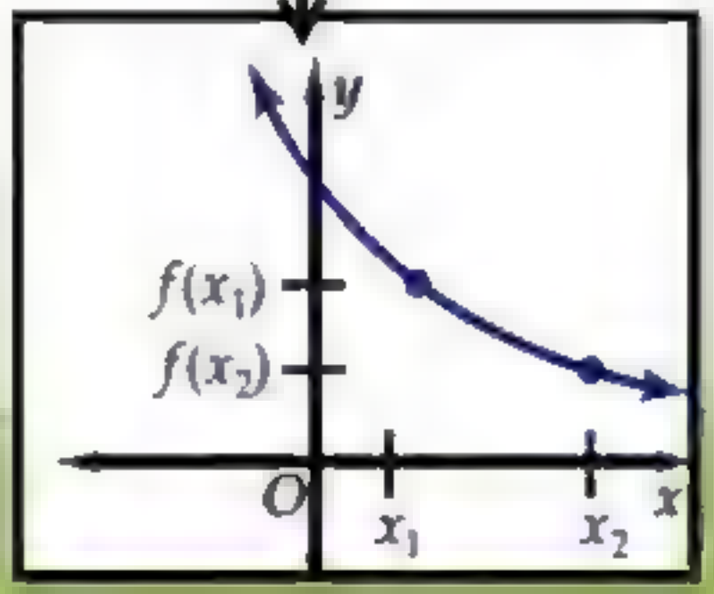
لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) < f(x_2)$ عندما تكون $x_1 < x_2$.



متناقضة

تكون الدالة f متناقصة على فترة ما إذا وفقط إذا تناقصت قيم $f(x)$ كلما زادت قيم x في الفترة .

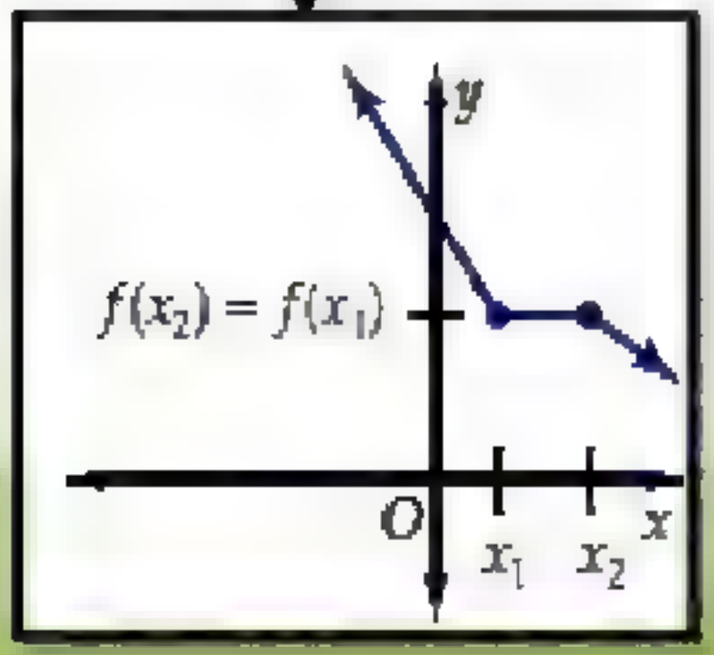
لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) > f(x_2)$ عندما تكون $x_1 < x_2$.



ثابتة

تكون الدالة f ثابتة على فترة ما إذا وفقط إذا لم تتغير قيم $f(x)$ لأي قيم x في الفترة.

لكل x_1 و x_2 في الفترة، فإن $f(x_1) = f(x_2)$ عندما تكون $x_1 < x_2$.



إعداد المعلمة
هند العديني

الإزاحة (الانسحاب)

أفقي

$g(x) = f(x + a)$

- $a \prec 0$ نتحرك لليمين
- $a \succ 0$ نتحرك لليسار

رأسي

$g(x) = f(x) + a$

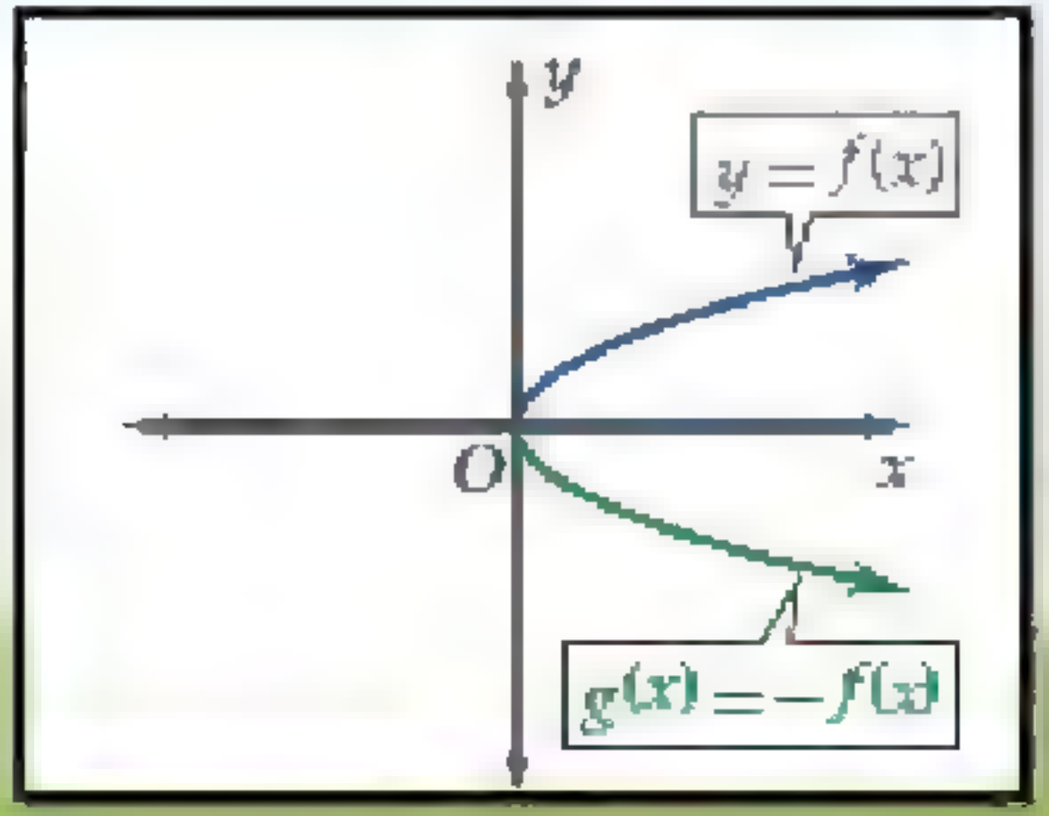
- $a \prec 0$ نتحرك للأسفل
- $a \succ 0$ نتحرك للأعلى

الانعكاس

إعداد المعلمة
هند العديني

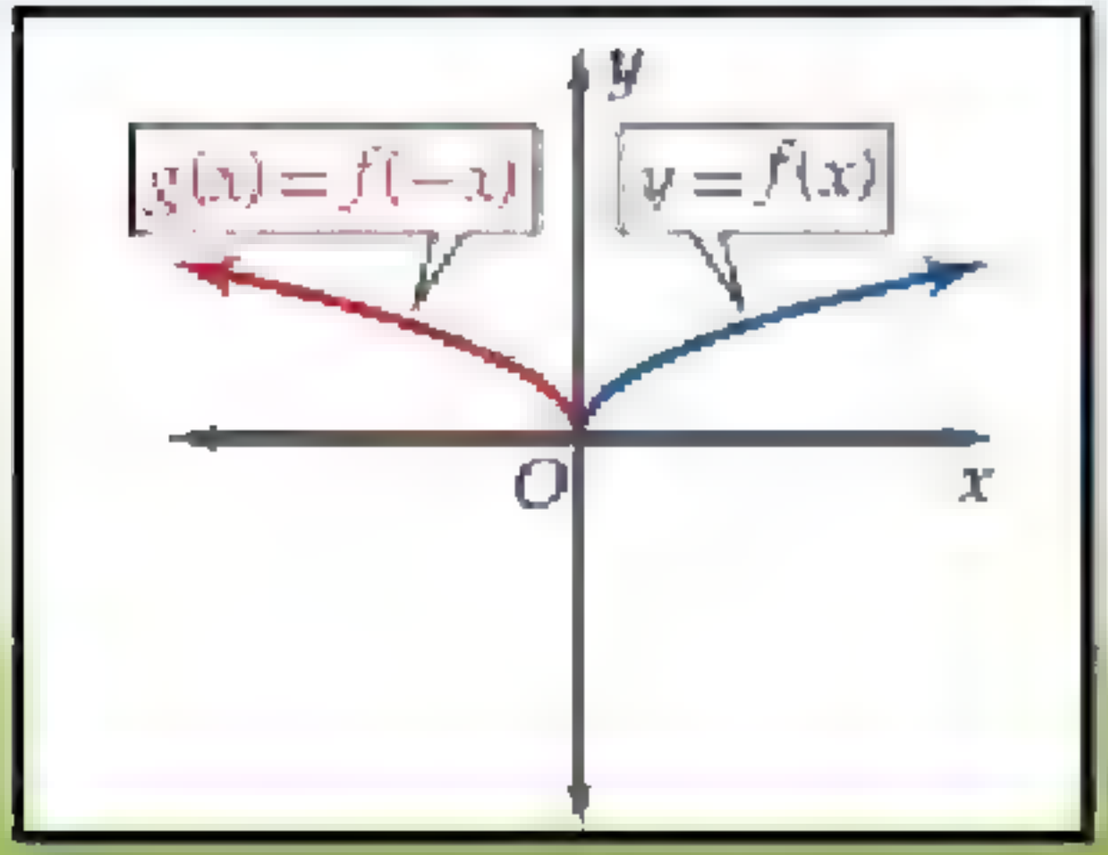
الانعكاس حول المحور x

منحنى الدالة $g(x) = -f(x)$ هو انعكاس لمنحنى الدالة $f(x)$ حول المحور x.



الانعكاس حول المحور y

منحنى الدالة $g(x) = f(-x)$ هو انعكاس لمنحنى الدالة $f(x)$ حول المحور y.



إعداد المعلمة
هند العديني

التمدد كل نقطة (x, y)

أفقي

$g(x) = f(ax)$

نقسم الأحداثي x $(\frac{x}{a}, y)$

- $0 < a < 1$
  توسع تبتعد عن محور y المسافة الأفقية تزداد
- $a > 1$
  تضيق تقترب عن محور y المسافة الأفقية تقل

رأسي

$g(x) = af(x)$

نضرب الأحداثي y (x, ay)

- $0 < a < 1$
  تضيق تقترب عن محور x المسافة الرأسية تقل
- $a > 1$
  توسع تبتعد عن محور x المسافة الرأسية تزيد

إعداد المعلمة
هند العديني

تحديد المدى

الدوال النسبية

- المقام من الدرجة الاولى والبسط من الدرجة الصفرية
  - $\Re - \{0\}$
- كل من البسط والمقام من الدرجة الاولى
  - الخط التقاربي الأفقي { R-

الجذور الزوجية

$f(x) = a\sqrt{mx+b} + c$

- $c \neq 0$
  - $a \succ 0$: $[c, \infty)$
  - $a \prec 0$: $(-\infty, c]$
- $c = 0$
  - $a \succ 0$: $[0, \infty)$
  - $a \prec 0$: $(-\infty, 0]$

معادلة التربيعية

$f(x) = ax^2 + c$

- $a \succ 0$: $[c, \infty)$
- $a \prec 0$: $(-\infty, c]$

$f(x) = ax^2 + bx + c$

- $a \succ 0$: $\left[f\left(\frac{b}{2a}\right), \infty\right)$
- $a \prec 0$: $\left(-\infty, f\left(\frac{b}{2a}\right)\right]$

إعداد المعلمة : هند العدواني

إعداد المعلمة
هند العديني

مجال ومدى الدالة الأسية واللوغاريتمية

الدالة الأسية

$f(x) = ab^{(cx+h)} + k$

- المجال = $\mathcal{R}$
- المدى
  - $k = 0$
    - $a > 0$ ← $(0, \infty)$
    - $a < 0$ ← $(-\infty, 0)$
  - $k \neq 0$
    - $a > 0$ ← (k, ∞)
    - $a < 0$ ← $(-\infty, k)$

في الدالة الأسية يتغير المدى لذلك نعتمد على التحويلات الرأسية

الدالة اللوغاريتمية

$f(x) = a\log(cx + h) + k$

- المدى = $\mathcal{R}$
- المجال
  - $h = 0$
    - $c > 0$ ← $(0, \infty)$
    - $c < 0$ ← $(-\infty, 0)$
  - $h \neq 0$
    - $a > 0$ ← $(\frac{-h}{c}, \infty)$
    - $a < 0$ ← $(-\infty, \frac{-h}{c})$

في الدالة اللوغاريتمية يتغير المجال لذلك نعتمد على التحويلات الأفقية

إعداد المعلمة
هند العديني

المعادلات اللوغاريتمية

عبارة لوغاريتمية واحده

$\log_b x = a$

نحول للصورة الأسية
ثم نحل المعادلة الأسية

أكثر من عبارة لوغاريتمية

عبارتين لوغاريتميتين متساويتين

من خاصية التساوي
$\log_b x = \log_b y \Leftrightarrow x = y$

مجموع لوغاريتمين أو حاصل طرحهما

باستخدام خواص اللوغاريتمات

- تحولها إلى عبارة لوغاريتميه واحده
  - تحول للصوره الأسية
    ثم نحل المعادلة الأسية
- تحولها إلى عبارتين لوغاريتميين متساويتين
  - من خاصية التساوي
    $\log_b x = \log_b y \Leftrightarrow x = y$

ملاحظه هامة :

عند حل المعادله اللوغاريتميه لابد من التحقق من الحل بالتعويض أو بتحديد المجال والتاكد من وجود الحل في مجال الداله

تطبيقات الدالة الأسية

دالة النمو الأسي

و تستخدم لحساب الزيادة في قيمة ما بنسبة منوية ثابتة في فترات زمنية متساوية

$$A(t)=a\,(1+r)^{t}$$

حيث a القيمة الأبتداينة

r النسبة المنوية للنمو

t الفترة الزمنية

دالة الأضمحلال الأسي

و تستخدم لحساب النقص في قيمة ما بنسبة منوية ثابتة في فترات زمنية متساوية

$$A(t)=a\,(1-r)^{t}$$

حيث a القيمة الأبتداينة

r النسبة المنوية للاضمحلال

t الفترة الزمنية

الربح المركب

و هو الربح الذي يحسب المبلغ المستثمر أو رأس المال مضافا إليه أي ارباح سابقة.

$$A=P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$$

حيث A المبلغ الكلي بعد t سنة

P المبلغ الأصلي (رأس المال)

n عدد مرات إضافة الربح إلى راس المال في السنة

إعداد المعلمة
هند العديني

خصائص اللوغاريتمات الأساسية

$\log_b 1 = 0$

$\log_b b = 1$

$\log_b b^x = x$

$b^{\log_b x} = x, x > 0$

خصائص اللوغاريتمات

إذا كانت x, y, b أعدادًا حقيقية موجبة، حيث $b \neq 1$

$\log_b x = \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$.

$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$

$\log_b x^m = m \log_b x$

إعداد المعلمة
هند العديني

الفصل الثالث
المتطابقات
و المعادلات المثلثية

إعداد المعلمة : فخ العدوي

إعداد المعلمة
هند العديني

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta} \qquad \csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta} \qquad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \qquad \tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta \qquad \cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$$

$$\sin\theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \qquad \cos\theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \qquad \tan\theta = \cot\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta \qquad \cos(-\theta) = \cos\theta \qquad \tan(-\theta) = -\tan\theta$$

$$\cos(A \mp B) = \cos A\cos B \pm \sin A\sin B \qquad \sin(A \mp B) = \sin A\cos B \mp \cos A\sin B \qquad \tan(A \mp B) = \frac{\tan A \mp \tan B}{1 \pm \tan A\tan B}$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$$
$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$
$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$$

$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \qquad \cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}} \qquad \tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$

تحل المعادلات المثلثية كما تحل المعادلات العادية

لحل المعادلات المثلثية نضعها على احد الصور التالية :

$\cos\theta = a \quad , \quad \sin\theta = a \quad , \quad \tan\theta = a$

a= 0 , 1, -1

زاوية ربعية

$0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 360^\circ$

خلاف ذلك

نحدد الزاوية عن طريق تحديد إشارة الدالة المثلثية حسب الربع الموجودة فيه نحدد الزاوية θ كالآتي :

θ = إذا كانت الزاوية في الربع الأول

180^0 - θ= إذا كانت الزاوية في الربع الثاني

180^0 +θ = إذا كانت الزاوية في الربع الثالث

360^0 - θ = إذا كانت الزاوية في الربع الرابع

إعداد المعلمة
هند العديني

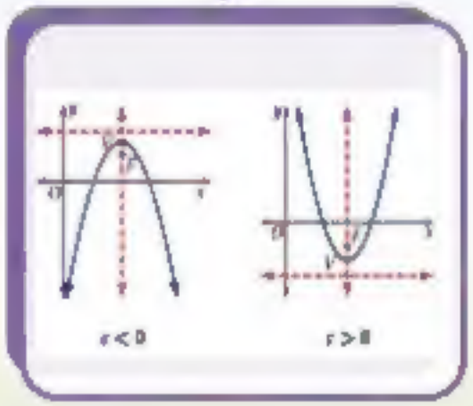
إعداد المعلمة : هند العديني

القطوع المخروطية

القطع المكافئ

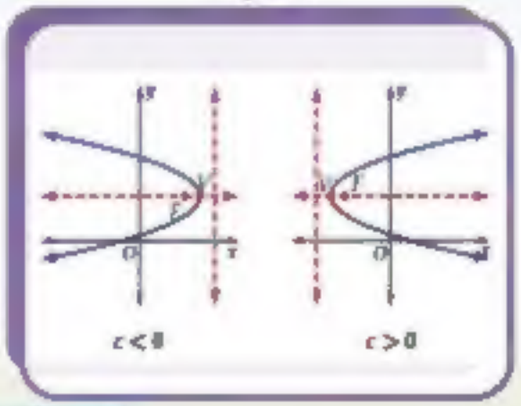
المنحنى مفتوح رأسيا

$$(x-h)^2 = 4c(y-k)$$



المنحنى مفتوح أفقيا

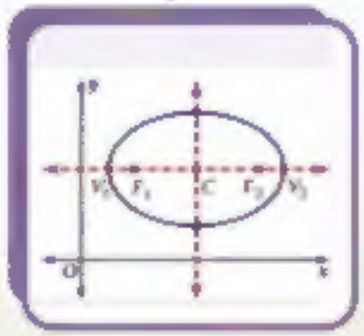
$$(y-k)^2 = 4c(x-h)$$



القطع الناقص

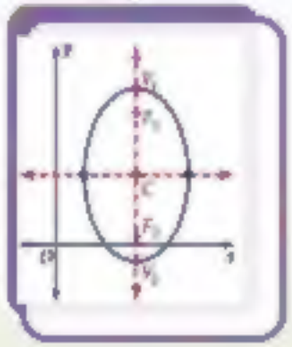
المحور الأكبر أفقي

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



المحور الأكبر رأسي

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$



القطع الزائد

المحور القاطع أفقي

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

المحور القاطع رأسي

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

إعداد المعلمة
هند العديني

تحديد أنواع القطوع المخروطية يمكنك تحديد نوع القطع المخروطي دون أن تكتب المعادلة: $Ax^2+Bxy+Cy^2+Dx+Ey+F=0$ على الصورة القياسية، وذلك باستعمال المميز B^2-4AC.

تصنيف القطوع المخروطية

- $B^2-4AC=0$ ← قطع مكافئ
- $B^2-4AC<0, A\neq C$ أو $B\neq 0$ ← قطع ناقص
- $B^2-4AC<0, B=0, A=C$ ← دائرة
- $B^2-4AC>0$ ← قطع زائد

إعداد المعلمة
هند العديني